

# Zahlen und Brüche

## → Zahlenbuch:

- 5: Brüche im Alltag 36–37
- Bruchteile darstellen 38–39
- Bruchteile erkennen und darstellen 40–41
- Bruchteile im Kreismodell 42–43
- Bruchteile von Grössen 58–61
- Bruchteile legen und zeichnen 62–63
- Dezimalzahlen 88–91
- 6: Dezimalzahlen 6–7
- $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{6}$  18–19
- Brüche vergleichen 20–21
- $\frac{1}{6}$  von  $\frac{1}{4}$  42–43
- Bruchzahlen – Dezimalzahlen 66–67
- Brüche erweitern und kürzen 68–69
- Dezimalzahl, Bruch, Prozent 70–71

- 1: Verdoppeln 32–33
- Halbieren 74
- 2: Ganze, halbe und Viertel-Stunden 27
- 3: Brüche 83
- 4: Brüche 90

Die Erweiterung des Zahlenraumes der natürlichen Zahlen durch die gebrochenen positiven Zahlen basiert auf Alltagserfahrungen. Als Anschauungsmaterial für das Bruchdenken werden Kreise und Rechtecke verwendet und der Zahlenstrahl weiter differenziert. Die Stellen-tafel wird mit den Dezimalzahlen nach rechts erweitert. Aufbauend auf dem Vorverständnis werden die Bedeutung der Brüche erkundet, Bruchzahlen bildlich dargestellt und verschiedene Sprech- und Schreibweisen verwendet. Bruchteile sollen erkannt und Ganze in gleiche Teile zerlegt werden. Umgiessen, falten, schneiden und ausmalen sind Techniken, um mit Brüchen zu rechnen. Brüche kann man ordnen, vergleichen und berechnen.

## Musikalischer Aspekt: Rhythmen und Takte

Hinter den traditionellen Symbolen für Noten- und Pausenwerte verstecken sich Brüche (Impulse 1, 3), mit denen in der Musik Bruchteile von Zeitabschnitten festgehalten werden. In der Musik wird dadurch schon früh mit Anwendungen von komplexen Bruchrechenoperationen operiert: beispielsweise darf in einem  $\frac{4}{4}$ -Takt die Summe aller Notenwerte den Wert «1» nicht überschreiten. Alle möglichen Kettenrechnungen mit Noten- und Pausenwerten werden in Klang umgesetzt und Rhythmen als Reihen von Brüchen notiert.

Viele Notenwerte basieren auf fortgesetztem Verdoppeln und Halbieren. Die im Zahlenbuch vorgestellten Darstellungsformen lassen sich damit sinnvoll als grafische Rhythmus-Notationen verstehen (Impulse 2, 5) und zum Komponieren und Musizieren verwenden. Andere Notenwerte werden durch spezielle Schreibweisen dargestellt. Auch diese sind mathematisch interessant:

a) Punktierte Noten: ein Punkt hinter einer Note fügt dieser die Hälfte ihres Wertes hinzu.

b) Triolen: Eine «Drei» über drei identischen Noten definiert diese als Drittel des nächsthöheren Notenwertes. Ein Triolenachtel hat demnach den Wert eines Drittels von einem Viertel.

Taktarten werden traditionell als Brüche notiert. Ein Takt besteht aus einer bestimmten Anzahl Teilen (Zähler) mit identischem Wert (Nenner). Im Gegensatz zu den oft verwendeten Kreis- oder Apfel-darstellungen können ganze Takte aber

auch aus  $\frac{3}{4}$  oder  $\frac{7}{8}$  bestehen; genauso wie der ganze Inhalt einer Cola-Dose 0,33 l beträgt.

Musikalisch bestehen manchmal zwischen identischen Bruchwerten grosse Unterschiede: So ist zum Beispiel ein  $\frac{6}{8}$ -Takt in 2 x 3 Achtel mit einer Betonung auf dem ersten und dem vierten Achtel strukturiert, während ein  $\frac{3}{4}$ -Takt aus 3 x 2 Achteln mit Betonungen auf dem ersten, dritten und fünften Achtel besteht. Beim Vergleich eines Taktes mit einem Ausschnitt aus dem Zahlenstrahl fällt auf, dass die «1» im Takt den Beginn des ersten Schlages bedeutet. Musikalisch wird also, im Gegensatz zum Beispiel zu den Lebensjahren, der Anfang eines Abschnitts und nicht dessen Ende markiert und gezählt.

## Lehren und Lernen

- Wahrnehmung: Bruchteile können visuell und akustisch wahrgenommen werden. Es gibt Unterschiede in der Wahrnehmungsleistung dieser Sinne. Beim Gesichtssinn spielt die räumliche Dimension eine zentrale Rolle, der Gehörsinn vergleicht Zeitabschnitte. Mit solchen Unterschieden und mit ihren Übertragungen wird in den Impulsen in diesem Themenkreis gespielt und gerechnet.
- Konzentration: Lesen von musikalischer Notation bedeutet das Umsetzen von abstrakten Symbolen in konkrete Handlungen und das Vergleichen des klingenden Resultates mit der Erwartung. Es geht darum, im regelmässigen Pulsraster die Zeitverhältnisse des improvisierten oder notierten Rhythmus zu realisieren. Das musikalische Spiel mit Brüchen fordert Höchstleistungen auf mehreren Ebenen.
- Kreativität: Die vom Bruchrechnen her initiierten grafischen Darstellungsmöglichkeiten stellen einfache Formen zur Verschriftlichung von Rhythmen dar. Die Möglichkeit, Rhythmen schriftlich festzuhalten, macht es interessant, mit den vielen klanglichen Strukturierungsmöglichkeiten von Zeitabschnitten zu experimentieren und zu spielen.
- Selbstvertrauen: Verstehen, Üben und Automatisieren von Teilschritten führt durch offensichtliche Fortschritte zu mehr Selbstvertrauen. Ein gesundes Selbstvertrauen ermöglicht sowohl musikalisch als auch rechnerisch unerwartete Leistungen. Die Fähigkeit, notierte Rhythmen zu lesen und umzusetzen, kann durch kurze, aber regelmässige Trainingssequenzen einfach und erfolgreich entwickelt werden (Impuls 4).